Devoir maison n°6 - Correction

Algèbre :

Exercice 1 :

On veut paver une place rectangulaire de dimensions 36 m sur 84 m.
Pour cela, on utilise des dalles carrées identiques dont la longueur c des côtés est entière.

1) Voici les listes de diviseurs :

$\mathfrak{D}$ (36) = { 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 9 ; 12 ; 18 ; 36 }

$\mathfrak{D}$ (84) = { 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 7 ; 12 ; 14 ; 21 ; 28 ; 42 ; 84 }

2) Ainsi, toutes les valeurs possibles de c correspondent aux diviseurs communs de 36 et 84.
C'est-à-dire, $\mathfrak{D}$ (36 ; 84) = { 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12 }

3) Afin d'utiliser le moins de dalles possibles, il faut prendre la plus grande valeur de c possible *(qui correspond au PGCD de 36 et 84)*. Ici, il faut donc prendre 12.

$\mathfrak{D}$ (12) = { 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12 }

On remarque que les diviseurs du *PGCD* de 36 et 84 semblent correspondre avec leurs diviseurs communs.

Exercice 2 :

Ecrire les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ (où a et b sont des entiers et $b > 0$)

- $A = 6\sqrt{17} + 4\sqrt{17} - 13\sqrt{17}$

$A = \sqrt{17}\,(6 + 4 - 13)$

$A = -3\sqrt{17}$

- $B = 7\sqrt{13} - 21\sqrt{13} + \sqrt{13}$

$B = \sqrt{13}\,(7 - 21 + 1)$

$B = -13\sqrt{13}$

- $C = \sqrt{48} + 7\sqrt{3} - 6\sqrt{108}$

$C = \sqrt{16 \times 3} + 7\sqrt{3} - 6\sqrt{36 \times 3}$

$C = \sqrt{16} \times \sqrt{3} + 7\sqrt{3} - 6 \times \sqrt{36} \times \sqrt{3}$

$C = 4\sqrt{3} + 7\sqrt{3} - 6 \times 6 \times \sqrt{3}$

$C = 4\sqrt{3} + 7\sqrt{3} - 36 \times \sqrt{3}$

$C = \sqrt{3}\,(4 + 7 - 36)$

$C = -25\sqrt{3}$

- $D = 9\sqrt{5} - \sqrt{20} + 2\sqrt{125}$

$D = 9\sqrt{5} - \sqrt{4 \times 5} + 2\sqrt{25 \times 5}$

$D = 9\sqrt{5} - \sqrt{4} \times \sqrt{5} + 2 \times \sqrt{25} \times \sqrt{5}$

$D = 9\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 2 \times 5 \times \sqrt{5}$

$D = 9\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 10 \times \sqrt{5}$

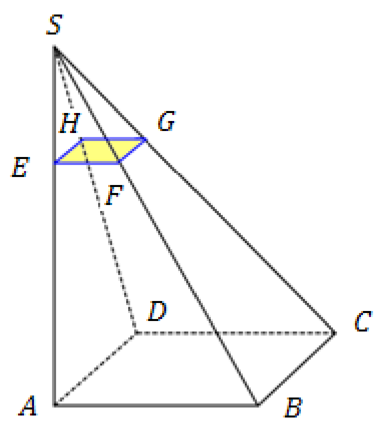
$D = \sqrt{5}\,(9 - 2 + 10)$

$D = 17\sqrt{5}$

Géométrie :

Exercice 3 :

Sur la figure ci-contre, $SABCD$ est une pyramide à base carrée de hauteur $[SA]$ telle que $AB = 8\ cm$ et $SA = 16\ cm$.
Le triangle SAB est rectangle en A.



Partie A :

$EFGH$ est la section de la pyramide $SABCD$ par le plan parallèle à la base et telle que $SE = 4\ cm$.

1) a. Comme :

- Les points S, E, A sont alignés
- Les points S, F, B sont alignés
- (EF) // (AB)

Alors d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SB} = \frac{EF}{AB}$$

On remplace par les valeurs numériques :

$$\frac{4}{16} = \frac{SF}{SB} = \frac{EF}{8}$$

Donc, $EF = \frac{4 \times 8}{16} = 2\ cm$

b. Dans le triangle SAB rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$SB^2 = SA^2 + AB^2$$

On remplace par les valeurs numériques :

$SB^2 = 16^2 + 8^2$

$SB^2 = 256 + 64$

$SB^2 = 320$

Et donc, $SB = \sqrt{320} = \sqrt{64 \times 5} = \sqrt{64} \times \sqrt{5} = 8\sqrt{5}\ cm$

Soit, $SB \approx 17{,}9\ cm$

2) a. $V_{pyramide\ \ SABCD} = \frac{1}{3} \times A_{Base} \times hauteur = \frac{1}{3} \times (8)^2 \times 16 = \frac{1024}{3}$

Soit, $V_{pyramide\ \ SABCD} \approx 341\ cm^3$

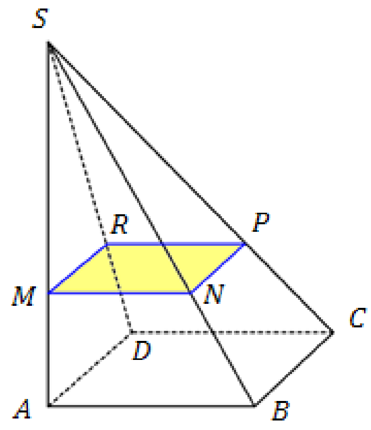
b. D'après le cours sur les sections de solide, le coefficient de réduction est donné par $\frac{h}{H}$ où h est la hauteur de la pyramide $SEFGH$ et H la hauteur de la pyramide $SABCD$.

Ici, on obtient donc : $k = \frac{h}{H} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 0{,}25$

c. Ainsi, $V_{pyramide\ \ SEFGH} = k^3 \times V_{pyramide\ \ SABCD} = \left(\frac{1}{4}\right)^3 \times \frac{1024}{3} = \frac{1}{64} \times \frac{1024}{3} = \frac{16}{3}$

Soit, $V_{pyramide\ \ SABCD} \approx 5\ cm^3$

<u>Partie *B* :</u>



Soit M un point de $[SA]$ tel que $SM = x\ cm$,
où x est compris entre 0 et 16.

On appelle $MNPR$ la section de la pyramide $SABCD$ par le plan parallèle à la base passant par M.

1) Comme :

- Les points S, M, A sont alignés
- Les points S, N, B sont alignés
- $(MN) // (AB)$

Alors d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{MN}{AB}$$

On remplace par les valeurs numériques :

$$\frac{x}{16} = \frac{SF}{SB} = \frac{EF}{8}$$

Donc, $MN = \frac{8 \times x}{16} = 0{,}5\ x\ cm$

2) Soit $A(x)$ l'aire du carré $MNPR$ en fonction de x.

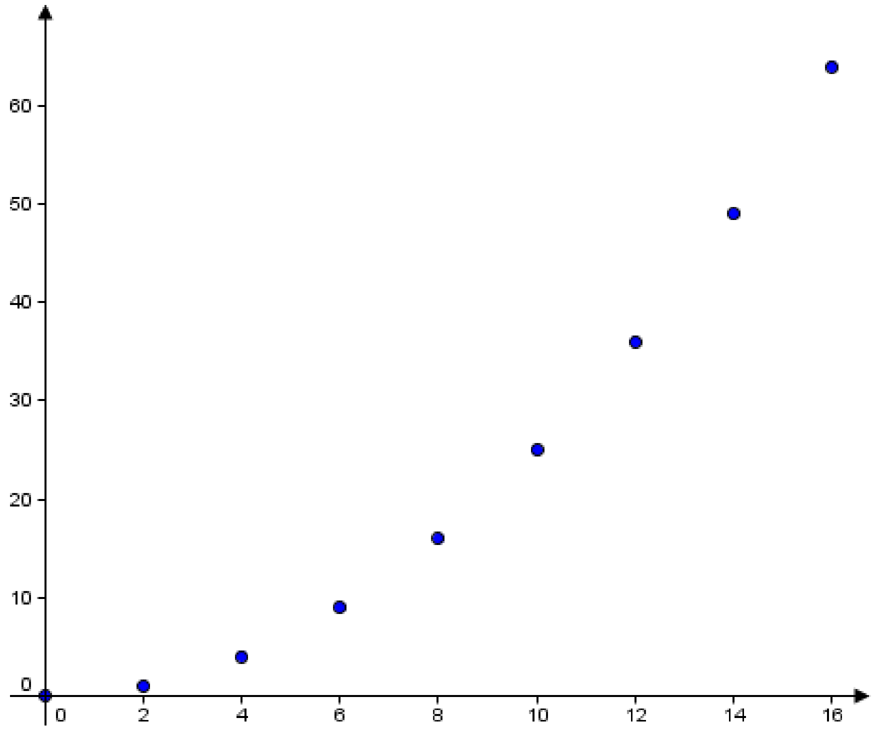
On a : $A(x) = 0{,}5\ x \times 0{,}5\ x = 0{,}25\ x^2$

3) Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

x	0	2	4	6	8	10	12	14	16
$A(x)$	0	1	4	9	16	25	36	49	64

4) Dans le repère de la page suivante, on a placé les points d'abscisse x et d'ordonnée $A(x)$ donnés par le tableau. *(Voir repère)*

5) L'aire de $MNPR$ n'est pas proportionnelle à la longueur SM car pour qu'elle le soit, il faudrait que la représentation graphique soit une droite passant par l'origine *(C'est-à-dire la représentation graphique d'une fonction linéaire)*. Et l'on voit, que ce n'est pas le cas ici. *(Il suffit de constater que 3 points pris au hasard parmi ceux placés ne sont pas alignés)*


60
50
40
30
20
10
0
0
2
4
6
8
10
12
14
16